Nombres complexes

L’algèbre s’intéresse à l’étude des symboles mathématiques et aux règles de manipulation de ces symboles.

Les nombres complexes sont composés de binômes

Une image contenant ligne, noir et blanc

Description générée automatiquementZ = x+iy c’est l’écriture d’un nombre complexe

X appartient à la partie réelle, et y appartient à l’ensemble des imaginaires car il est attaché à i

i²=-1

x² toujours positif dans le domaine réel mais pas dans les nombres complexes.

On ne gère pas un nombre complexe mais un binôme.

Une image contenant écriture manuscrite, Police, blanc, calligraphie

Description générée automatiquement

i est dégagé lorsque x=0 et y=1 ;

Des opérations vont être possibles et différentes :

ADDITION :

Z1=x1+y1 Z2=x2+y2

Z1+Z2=x1+x2+i(y1+y2)

Multiplication :

Z1\*Z2=(x1+iy1)\*(x2+iy2)

ON DISTRIBUE :

=x1\*x2+ix1\*y2+iy1\*x2+i²y1\*y2

= (x1\*x2-y1\*y2)+i(x1y2+y1x2) A GAUCHE la partie réelle et à droite la partie imaginaire. Il faut faire les calculs puis à la fin séparer les réels des imaginaires.

L’opposé d’un nombre complexe :

-Z=(-a)+i(-b)

D’un pdv géométrique

Une image contenant ligne

Description générée automatiquement

Exemple : Z=√3+i

-Z=-√3+i(-1)

-Z=-√3-1

L’inverse d’un nombre complexe :

Z^-1 : l’inverse

Z\*Z^-1=1 il faut utiliser l’identité remarquable pour

L’expression conjugué :

(A-B)(A+B)=A²-B²

Une image contenant écriture manuscrite, texte, Police, blanc

Description générée automatiquement

Conjugué : Z = a+ib



Z barre = a+i\*-b

Quand on place les points sur un plan orthonormé on regarde juste les valeurs de x et y.

Propriété conjugaison :

1. Si Z appartient à R alors b = 0 : Z =a+i\*0

Donc Z barre = a-i\*0 = a = Z

Donc si Z appartient à R alors Z = Z barre

2)

(Z1+Z2) Barre = ?

Z1 = a1+ib1 Z2 = a2+ib2

Z1+Z2 = (a1+a2) +i(b1+b2)

(Z1+Z2) Barre = (a1+a2)-i(b1+b2)

Z1 barre = a1-ib1 Z2 barre = a2-ib2

Z1 barre + Z2 barre = a1-ib1 + a2-ib2 =

(a1+a2) + i(-b1-b2)

(Z1 \* Z2)barre = ?

Z1 = a1+ib1 Z2 = a2+ib2

Z1\*Z2=(a1+ib1)\*(a2+ib2)

Z1\*Z2=( (a1\*a2-b1\*b2)+i(a1b2+b1a2)

(Z1 \* Z2)barre = (a1\*a2-b1\*b2)-i(a1b2+b1a2)

Z1 barre = a1-ib1 Z2 barre = a2-ib2

Suite : Une image contenant texte, écriture manuscrite, Police, blanc

Description générée automatiquement

Conclusion : 

4) (Z barre) barre = Z ???

On pose Z = a+ib

Z barre = a-ib

(Z barre) barre = (a-ib) barre = a-(-ib)

= a+ib = Z

5) Z appartient à R si Z -Z

Une image contenant écriture manuscrite, Police, croquis, dessin

Description générée automatiquement

6)

On pose Z = a+ib Z barre = a-ib

Z – Z barre = a+ib-a+ib = 2ib

Une image contenant calligraphie, typographie

Description générée automatiquement = b = Z appartient à imaginaire

RAPPEL TRIGONOMETRIE :

Pour calculer tangeante c’est sinus sur cosinus exemple :

Tan(pi/2) = (sin(pi/2)) / (cos(pi/2))

Retour complexe :

|Z| : le module deUne image contenant texte, Police, écriture manuscrite, ligne

Description générée automatiquement

Exemple : Z1 = 1+i |Z1| = √1^2+b^2

ARGUMENT :

Une image contenant texte, écriture manuscrite, dessin, croquis

Description générée automatiquement

Autre exemple :

Z=1-i (version algebrique)

VERSION POLAIRE : r ? et teta (O) ?

R = Une image contenant Police, écriture manuscrite, calligraphie, blanc

Description générée automatiquement

Cos (O) = a/r = 1/√2 sin (O) = b/r = -1/√2

DONC teta = -pi/4

Donc Z = r(cos teta + i\*sin(teta) = √2(cos(-pi/4)+ I sin(-1)

2eme cours :

Une image contenant écriture manuscrite, texte, Police, diagramme

Description générée automatiquement

Donc teta = pi/4 (tableau trigonométrique)

C’est téta l’argument, R c’est le module

Une image contenant écriture manuscrite, Police, calligraphie, blanc

Description générée automatiquement

Formule de Moivre :

Une image contenant écriture manuscrite, Police, texte, blanc

Description générée automatiquement

Forme exponentielle :

Z = module Z exp(i\*teta)

Une image contenant écriture manuscrite, Police, calligraphie, blanc

Description générée automatiquement

Formule d’Euler :

Une image contenant écriture manuscrite, croquis, Police, dessin

Description générée automatiquement